



Funktionalanalysis II, Übungsblatt 10

Abgabe bis Freitag, den 27. Juni 2008, 13:15 Uhr

Es seien stets H ein \mathbb{C} -Hilbertraum und $T \in \mathcal{L}(H)$ selbstadjungiert.

Aufgabe 33 (6 Punkte)

Zeigen Sie:

(a) Es gilt $\sigma(T) = \sigma_{\text{ap}}(T)$, wobei

$$\sigma_{\text{ap}}(T) = \{\lambda \in \mathbb{K} : (\forall \varepsilon > 0) (\exists x \in H) \|Tx - \lambda x\| < \varepsilon \|x\|\}$$

das approximative Punktspektrum ist (vgl. Aufgabe 5, Übungsblatt 2).

(b) Es gilt $\sigma_r(T) = \emptyset$.

Aufgabe 34 (6 Punkte)

Zeigen Sie:

Das Bild $\text{Range}(T)$ ist genau dann abgeschlossen, wenn 0 kein Häufungspunkt von $\sigma(T)$ ist.

Aufgabe 35 (6 Punkte)

Es sei μ_T das zu T gehörige Spektralmaß.

Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung an μ_T dafür an, daß für alle $f \in B(\sigma(T))$ gilt:

$$f(\sigma(T)) = \sigma(f(T))$$