Lehrstuhl A für Mathematik
JRG Algorithmische Algebra
Prof. Dr. J. Hartmann
A. Maier

Aachen, den 01.06.2010

Algebraische Funktionenkörper, Übungsblatt 6

Abgabe bis Dienstag, den 08.06.2010, 14:00 Uhr

Aufgabe 1 (4=2+2 Punkte)

(a) Es sei $F = K(x)$ ein rationaler Funktionenkörper über einem Körper K. Weiter sei $L = F(y,z)$ mit $y^2 = x - 1$ und $z^3 = x + 1$ gegeben. Bestimmen Sie $N_{L/F}(y)$ und $S_{L/F}(z)$.

(b) Betrachten Sie $\mathbb{F}_{q^n}/\mathbb{F}_q$. Zeigen Sie, dass die Spurabbildung $S_{\mathbb{F}_{q^n}/\mathbb{F}_q} : \mathbb{F}_{q^n} \to \mathbb{F}_q$ surjektiv ist und bestimmen Sie ihren Kern.

Aufgabe 2 (4=1+1+2 Punkte)

Es sei $L = \mathbb{Q}((t))$ und $\mathcal{O} := \mathbb{Q}[[t]] \subseteq L$. Es sei weiter

$$f(X) = X^3 + (-1 - 4t^2 - \sum_{i=3}^{\infty}(i+1)t^i)X + (-2t - \sum_{i=2}^{\infty} t^i) \in L[X]$$

gegeben.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{O}$ ein diskreter Bewertungsring mit maximalem Ideal $t\mathcal{O}$ in L ist. Zeigen Sie weiter, dass L bezüglich der zugehörigen Bewertung ein vollständig diskret bewerteter Körper ist.

(b) Zeigen Sie, dass f über $\mathcal{O}$ in Linearfaktoren zerfällt.

(c) Bestimmen Sie die Nullstellen von f (in Potenzreihendarstellung) mit der im Beweis des Hensel-Lemmas angegebenen Methode.