



Algebraische Funktionenkörper, Übungsblatt 7

Abgabe bis Dienstag, den 15.06.2010, 14:00 Uhr

Aufgabe 1 (4=1,5+2,5 Punkte)

Es sei $L = \mathbb{Q}((t))$ und ν sei die eindeutige Fortsetzung von $v_t : \mathbb{Q}(t) \rightarrow \mathbb{Z} \cup \{\infty\}$ auf $\mathbb{Q}((t))$. Weiter seien $E_1 := L(\sqrt{t+2})$, $E_2 := L(\sqrt{t^2+t})$ und $E_3 := L(\sqrt{t^3+4})$.

- Bestimmen Sie $[E_i : L]$ für $i = 1, 2, 3$.
- Bestimmen Sie explizit die eindeutigen Fortsetzungen ν_i von ν auf E_i , indem Sie die Bewertung eines Elements in E_i von allgemeiner Form berechnen ($i = 1, 2, 3$).

Aufgabe 2 (5=1,5+2,5+1 Punkte)

Es sei $F = \mathbb{F}_5(x)$ und $L = F(y)$ mit $y^2 - x^2y + x = 0$.

- Bestimmen Sie die Anzahl der Fortsetzungen und die zugehörigen Verzweigungsindizes und relativen Grade der Primstelle $P_{x-1} \in \mathbb{P}(F/\mathbb{F}_5)$.
- Bestimmen Sie alle Primstellen in $\mathbb{P}(F/\mathbb{F}_5)$, die in L verzweigen.
- Bestimmen Sie die Differente von L/F .

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Es sei K ein algebraisch abgeschlossener Körper mit $\text{char}(K) \neq 2, 3$ und $F = K(x)$ ein rationaler Funktionenkörper. Weiter sei $L = F(y, z)$ mit $y^2 = x - a$ und $z^2 = x - b$ für $a \neq b \in K$. Bestimmen Sie für jedes $P \in \mathbb{P}(F/K)$ die Anzahl der Fortsetzungen nach L und die zugehörigen Verzweigungsindizes. Berechnen Sie auch die Trägheits- und Zerlegungsgruppen und bestimmen Sie die Differente von L/F .

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Es sei F/K ein algebraischer Funktionenkörper mit endlicher Erweiterung L und es sei $D \in \mathcal{D}_F$. Zeigen Sie: $\mathcal{L}(\text{Con}_{L/F}(D)) \cap F = \mathcal{L}(D)$.