



---

## Algebraische Funktionenkörper, Übungsblatt 7

Abgabe bis Dienstag, den 15.06.2010, 14:00 Uhr

---

### Aufgabe 1 (4=1,5+2,5 Punkte)

Es sei  $L = \mathbb{Q}((t))$  und  $\nu$  sei die eindeutige Fortsetzung von  $v_t : \mathbb{Q}(t) \rightarrow \mathbb{Z} \cup \{\infty\}$  auf  $\mathbb{Q}((t))$ . Weiter seien  $E_1 := L(\sqrt{t+2})$ ,  $E_2 := L(\sqrt{t^2+t})$  und  $E_3 := L(\sqrt{t^3+4})$ .

- Bestimmen Sie  $[E_i : L]$  für  $i = 1, 2, 3$ .
- Bestimmen Sie explizit die eindeutigen Fortsetzungen  $\nu_i$  von  $\nu$  auf  $E_i$ , indem Sie die Bewertung eines Elements in  $E_i$  von allgemeiner Form berechnen ( $i = 1, 2, 3$ ).

### Aufgabe 2 (5=1,5+2,5+1 Punkte)

Es sei  $F = \mathbb{F}_5(x)$  und  $L = F(y)$  mit  $y^2 - x^2y + x = 0$ .

- Bestimmen Sie die Anzahl der Fortsetzungen und die zugehörigen Verzweigungsindizes und relativen Grade der Primstelle  $P_{x-1} \in \mathbb{P}(F/\mathbb{F}_5)$ .
- Bestimmen Sie alle Primstellen in  $\mathbb{P}(F/\mathbb{F}_5)$ , die in  $L$  verzweigen.
- Bestimmen Sie die Differenten von  $L/F$ .

### Aufgabe 3 (5 Punkte)

Es sei  $K$  ein algebraisch abgeschlossener Körper mit  $\text{char}(K) \neq 2, 3$  und  $F = K(x)$  ein rationaler Funktionenkörper. Weiter sei  $L = F(y, z)$  mit  $y^2 = x - a$  und  $z^2 = x - b$  für  $a \neq b \in K$ . Bestimmen Sie für jedes  $P \in \mathbb{P}(F/K)$  die Anzahl der Fortsetzungen nach  $L$  und die zugehörigen Verzweigungsindizes. Berechnen Sie auch die Trägheits- und Zerlegungsgruppen und bestimmen Sie die Differenten von  $L/F$ .

### Aufgabe 4 (2 Punkte)

Es sei  $F/K$  ein algebraischer Funktionenkörper mit endlicher Erweiterung  $L$  und es sei  $D \in \mathcal{D}_F$ . Zeigen Sie:  $\mathcal{L}(\text{Con}_{L/F}(D)) \cap F = \mathcal{L}(D)$ .