LEHRSTUHL A FÜR MATHEMATIK
Prof. A. Krieg
A. Henn

Aachen, den 9. April 2013

1. Übung zur Vorlesung Siegelsche Modulformen II

Abgabe am 15.4. um 14 Uhr

Aufgabe 1

Seien S_1, S_2 zwei Untergruppen einer Gruppe G. Wir betrachten die (S_1, S_2)-Doppelnebenklassen

$$S_1 g S_2 := \{s_1 g s_2 \mid s_1 \in S_1, s_2 \in S_2\},\ g \in G.$$

a) Finden Sie ein Beispiel für eine nicht-kommutativen Gruppe G und Untergruppen S_1, S_2 mit $S_1 \neq S_2$ und

$$S_1 g S_2 = S_2 g S_1$$

für ein $g \in G$.

b) Zeigen Sie, dass die Abbildung $G \to G, g \mapsto g^{-1}$, eine Bijektion zwischen der Menge der (S_1, S_2)-Doppelnebenklassen und der Menge der (S_2, S_1)-Doppelnebenklassen induziert.

c) Leiten Sie eine Formel für die Zerlegung von $S_1 g S_2$ in S_1-Rechtsnebenklassen analog zu (1.1) her.

d) Sei S eine endliche Untergruppe der Gruppe G. Zeigen Sie, dass für den Normalisator

$$N(S) := \{g \in G \mid gS = Sg\}$$

gilt, dass

$$N(S) = \{g \in G \mid \sharp(S \backslash SgS) = 1\}.$$

(1+2+2+2 Punkte)

Aufgabe 2

a) Sei (S, G) ein Hecke-Paar. Zeigen Sie, dass für eine endliche Untergruppe S gilt, dass

$$\sharp(S \backslash SgS) = \sharp(SgS/S)$$

für alle $g \in G$.

b) Sei S eine Untergruppe der Gruppe G. Zeigen Sie, dass die Doppelnebenklasse SgS, $g \in G$, ein simultanes Vertretersystem von Rechts- und Linksnebenklassen besitzt, falls

$$\sharp(S \backslash SgS) = \sharp(SgS/S) < \infty.$$

(2+2 Punkte)