



---

## Lie-Gruppen, Übungsblatt 6

Wird am Montag, den 8.12.2008, 9:45 Uhr besprochen

---

### Aufgabe 1

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie explizite Formeln für  $\exp(tA)$ ,  $\exp(tB)$  an, für  $t \in \mathbb{R}$  beliebig, unter Verwendung von trigonometrischen Funktionen und Hyperbelfunktionen.

### Aufgabe 2

Es sei  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie:  $\exp : \mathfrak{gl}(n, \mathbb{C}) \rightarrow GL(n, \mathbb{C})$  ist surjektiv.

(Hinweis: Reduzieren Sie das Problem zunächst auf Jordanblöcke. Bei deren Behandlung ist Satz 7.5 aus der Vorlesung nützlich.)

### Aufgabe 3

Es sei  $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ . Zeigen Sie: Es gibt kein  $A \in \mathfrak{gl}(2, \mathbb{R})$  mit  $\exp(A) = B$ .

### Aufgabe 4

Geben Sie Matrizen  $A, B \in \mathfrak{gl}(2, \mathbb{R})$  an mit  $\exp(AB) \neq \exp(A)\exp(B)$ .