Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. H. Führ
Dr. M. Neuhauser

Aachen, den 17. Oktober 2011

Topologie, Übungsblatt 1

Abgabe bis Freitag, den 21. Oktober 2011, 13:15 Uhr

Aufgabe 1 (3 Punkte) Man bestimme auf der Menge $\{1,2,3\}$ zwei Topologien $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{T}$, für die $\mathfrak{S} \cup \mathfrak{T}$ keine Topologie auf $\{1,2,3\}$ ist.

Aufgabe 2 (3 Punkte) Es sei (X,d) ein pseudometrischer Raum. Man zeige:

Dann sind d, $\frac{d}{d+1}$ und $\min\{d,1\}$ Pseudometriken und sie erzeugen die gleichen Topologien.

Aufgabe 3 (2+1 Punkte) Es seien (X,d_1) und (X,d_2) metrische Räume.

Man nennt d_1, d_2 gleichmäßig äquivalent, wenn es Konstanten $0 < A \leq B < \infty$ gibt mit

$$\forall x,y \in X : Ad_1(x,y) \leq d_2(x,y) \leq Bd_1(x,y)$$

(a) Zeigen Sie: Gleichmäßig äquivalente Metriken definieren dieselben Topologie.

(b) Entscheiden Sie, ob zwei Metriken, die dieselben Topologien definieren, schon gleichmäßig äquivalent sein müssen.

Aufgabe 4 (3 Punkte) Es sei X eine unendliche Menge. Zeigen Sie:

Die kofinite Topologie auf X wird nicht von einer Pseudometrik auf X induziert.

Leistungsnachweis: 50 % der Hausaufgabenpunkte und mündliche Prüfung

Sprechstunden:	Prof. Dr. H. Führ	Mo. 11:00 Uhr	Raum 101, Templergraben 81
	Dr. M. Neuhauser	nach Vereinb.	Raum 103, Templergraben 81