



---

## 1. Übung zur Vorlesung Topologie

Wird besprochen am Mittwoch, den 23. Oktober 2013, 14:15 Uhr

---

**Aufgabe 1** Man bestimme alle Topologien auf einer Menge  $\{a, b\}$  von zwei Elementen. Gibt es auf  $\{a, b\}$  zwei unvergleichbare Topologien?

**Aufgabe 2** Man bestimme auf der Menge  $\{1, 2, 3\}$  zwei Topologien  $\mathcal{G}, \mathcal{T}$ , für die  $\mathcal{G} \cup \mathcal{T}$  keine Topologie auf  $\{1, 2, 3\}$  ist.

**Aufgabe 3** Es sei  $(X, d)$  ein pseudometrischer Raum.

Man zeige: Die Pseudometrik  $(x, y) \mapsto \frac{d(x, y)}{d(x, y) + 1}$  induziert dieselbe Topologie wie  $d$ .

**Aufgabe 4** Es sei  $X$  eine Menge und  $A, B$  seien Teilmengen von  $X$ ,  $J$  eine Indexmenge und für alle  $j \in J$  sei  $M_j \subset X$  eine Menge. Zeigen Sie:

- (a)  $\mathcal{C}(\mathcal{C}A) = A$ ,
- (b)  $A \subset B \Leftrightarrow \mathcal{C}B \subset \mathcal{C}A$ ,
- (c)  $A = B \Leftrightarrow \mathcal{C}A = \mathcal{C}B$ ,
- (d)  $\mathcal{C}(\bigcap_{j \in J} M_j) = \bigcup_{j \in J} \mathcal{C}M_j$ .