



1. Übung zur Vorlesung Topologie

Wird besprochen am Mittwoch, den 23. Oktober 2013, 14:15 Uhr

Aufgabe 1 Man bestimme alle Topologien auf einer Menge $\{a, b\}$ von zwei Elementen. Gibt es auf $\{a, b\}$ zwei unvergleichbare Topologien?

Aufgabe 2 Man bestimme auf der Menge $\{1, 2, 3\}$ zwei Topologien \mathcal{G}, \mathcal{T} , für die $\mathcal{G} \cup \mathcal{T}$ keine Topologie auf $\{1, 2, 3\}$ ist.

Aufgabe 3 Es sei (X, d) ein pseudometrischer Raum.

Man zeige: Die Pseudometrik $(x, y) \mapsto \frac{d(x, y)}{d(x, y) + 1}$ induziert dieselbe Topologie wie d .

Aufgabe 4 Es sei X eine Menge und A, B seien Teilmengen von X , J eine Indexmenge und für alle $j \in J$ sei $M_j \subset X$ eine Menge. Zeigen Sie:

- (a) $\mathcal{C}(\mathcal{C}A) = A$,
- (b) $A \subset B \Leftrightarrow \mathcal{C}B \subset \mathcal{C}A$,
- (c) $A = B \Leftrightarrow \mathcal{C}A = \mathcal{C}B$,
- (d) $\mathcal{C}(\bigcap_{j \in J} M_j) = \bigcup_{j \in J} \mathcal{C}M_j$.