LEHRSTUHL A FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. S. Walcher
Dipl.-Math. Bernd Ohligs

Aachen, den 05.07.2002

11. Übung zur Vorlesung Topologie

(Abgabe: Freitag, 12.07.2002, bis 11.45 Uhr im Übungskasten)

Aufgabe 1*: Seien $\underline{X}, \underline{Y}$ topologische Räume, $f : X \to Y$ stetig und bijektiv. Beweisen Sie oder widerlegen Sie durch Angabe eines Gegenbeispiels die Allgemeingültigkeit der folgenden Implikationen.

a) (i) $\underline{X}$ Hausdorff-Raum $\Longrightarrow$ $\underline{Y}$ Hausdorff-Raum .
(ii) $\underline{Y}$ Hausdorff-Raum $\Longrightarrow$ $\underline{X}$ Hausdorff-Raum .

b) (i) $\underline{X}$ reguär $\Longrightarrow$ $\underline{Y}$ regulär .
(ii) $\underline{Y}$ regulär $\Longrightarrow$ $\underline{X}$ regulär .

Aufgabe 2: Sei $\underline{X} = (X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum und $\mathcal{T}$ eine Partitionstopologie. Unter welchen Voraussetzungen ist $\underline{X}$ ein Hausdorff-Raum, regulär bzw. normal?

Aufgabe 3: Sei $\underline{X}$ ein normaler, topologischer Raum und $\underline{Y}$ ein topologischer Raum, $f : X \to Y$ eine surjektive, stetige und abgeschlossene Abbildung. Man zeige: $\underline{Y}$ ist normal.

Aufgabe 4: Sei $\underline{X}$ ein normaler topologischer Raum. Seien $A_1, \ldots, A_n, n \geq 1$, abgeschlossene Teilmengen von X mit der Eigenschaft

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = \emptyset.$$

Zeigen Sie, dass es offene Teilmengen $U_1, \ldots, U_n$ von X gibt, so dass

$$A_i \subset U_i \quad \text{für} \quad 1 \leq i \leq n \quad \text{und} \quad \bigcap_{i=1}^{n} U_i = \emptyset.$$