Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. S. Walcher
Daniela Dossing

# 11. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 30.1.2003, vor der Übung)

**Informationen:**
**1. Hörsaalwechsel am 30.Januar:**
**Die Vorlesung (10-11.30 Uhr) findet ausnahmsweise im AH VI (Ahornstraße 55) statt, die Übungsstunde (14-15.30 Uhr) im Hörsaal HBZ (Hochschulsportzentrum, gleich beim Sportplatz).**
**2. Ab Februar gibt es keine Übungen und keine Diskussionstunden mehr**

## Hausaufgaben

**Aufgabe 1:** Geben Sie zur Funktion $f$ eine Stammfunktion $F$ an.

a) $f(x) = x^3 - \frac{3}{4}x + 5$

b) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

c) $f(x) = e^{3x} + \frac{1}{x}$

**Aufgabe 2:** Ein Teilchen bewegt sich längs einer Geraden mit der Geschwindigkeit $v(t) = t(50 - t), 0 \leq t \leq 50$. Berechnen Sie den Weg, den das Teilchen zwischen $t = 0$ und $t = T$ für $T \leq 50$ zurücklegt.

## Lösungen zu den Präsenzaufgaben, 10.Übung

**Aufgabe 1:** Es ist $m(0) = 0,99$ laut Aufgabenstellung, und für den Parameter $k$ ergibt sich $k = -\frac{1}{100} \cdot \ln \frac{0,83}{0,99} \approx 0,002$. Also folgt $m(t) = 0,99 \cdot e^{-0,002t}$.

**Aufgabe 2:** a) Für $f(x) = \frac{1}{\ln x}$ gilt:

- $I\!D(f) = I\!R_+ \backslash \{1\}$
- $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0, r\text{−}\lim_{x\to 0} f(x) = 0, l\text{−}\lim_{x\to 1} f(x) = -\infty, r\text{−}\lim_{x\to 1} f(x) = \infty$
- $f(x)$ hat keine Nullstellen
- $f'(x) = -\frac{1}{x \cdot \ln(x)} = 0$: keine lokalen Extrema
- $f'(x) \leq 0$ für alle $x \geq 1$, d.h. $f$ ist monoton fallend für alle $x \geq 1$;
  $f'(x) \geq 0$ für alle $0 \leq x \leq 1$, d.h. $f$ ist monoton steigend für alle $0 \leq x \leq 1$

b) Für $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + 1}$ gilt:

- $I\!D(f) = I\!R$
- $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty, \lim_{x\to -\infty} f(x) = \infty$
- $N(0 \mid 0)$ ist Nullstelle von $f$

- $f'(x) = \frac{x}{x^2+1} = 0 \Leftrightarrow x = 0$; dies ist eine mögliche lokale Extremstelle von $f$
- $f'(x) \leq 0$ für alle $x \leq 0$, d.h. $f$ ist monoton fallend für alle $x \leq 0$;
  $f'(x) \geq 0$ für alle $x \geq 0$, d.h. $f$ ist monoton steigend für alle $x \geq 0$.
  Außerdem folgt, daß $f$ ein lokales Minimum bei $T(0 \mid 0)$ hat.

c) Für $f(x) = \ln(e^{x^2}) = x^2$ gilt:

- $\mathbb{D}(f) = \mathbb{R}$
- $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty, \lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$
- $N(0 \mid 0)$ ist Nullstelle von $f$
- $f'(x) = 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$; dies ist eine mögliche lokale Extremstelle von $f$
- $f'(x) \leq 0$ für alle $x \leq 0$, d.h. $f$ ist monoton fallend für alle $x \leq 0$;
  $f'(x) \geq 0$ für alle $x \geq 0$, d.h. $f$ ist monoton steigend für alle $x \geq 0$.
  Außerdem folgt, daß $f$ ein lokales Minimum bei $T(0 \mid 0)$ hat.