

11. Übung zu Ebene Geometrie

Abgabe: 27. 1. 2003, bis 16.10 Uhr im Kasten vor Raum HG 155 oder zu Übungsbeginn beim Übungsleiter

Generalvoraussetzung: Im Folgenden wird die reelle euklidische Ebene $\mathbb{E} = (\mathbb{R}^2, \langle \circ, \circ \rangle)$ betrachtet.

Aufgabe 43 Zeigen Sie:

- Von je zwei der Dreiecksseiten liegt der größeren Seite der größere Winkel gegenüber.
- Jede innere Winkelhalbierende in einem Dreieck teilt die gegenüberliegende Strecke im Verhältnis der anliegenden Seiten.

Aufgabe 44 Zeigen Sie: Ist (A, B, C) ein pythagoräisches Tripel, so ist 60 ein Teiler des Produkts ABC .

Aufgabe 45 Gegeben ist die ebene Kurve mit der Gleichung

$$x_2^2 = x_1^3 + x_1^2 \quad (1)$$

- Fertigen Sie eine Skizze der Zeichnung an.
- Finden Sie eine rationale Parametrisierung der Kurve (mit Begründung).

Hinweis: Ähnlich wie beim Einheitskreisverfahren. Wählen Sie den „Startpunkt“ gut!

Aufgabe 46 (Ersatz für die Zeichenaufgabe (als Trost)) Empirische Untersuchungen zeigen angeblich, dass zwei Winkel in einer Zeichnung nur dann verlässlich voneinander unterschieden werden können, wenn sie sich mindestens um 15° unterscheiden. Ein „allgemeines“ spitzwinkliges Dreieck sollte unter anderem weder wie ein gleichschenkliges Dreieck, noch wie ein rechtwinkliges Dreieck wirken. Das motiviert folgende Definition:

Definition 1

*Ein spitzwinkliges Dreieck heißt **allgemein**, wenn sich jeder seiner Winkel um wenigstens 15° vom rechten Winkel unterscheidet und sich je zwei seiner Winkel voneinander ebenfalls um mindestens 15° unterscheiden.*

Hauptsatz über das allgemeine Dreieck

Es gibt (bis auf Ähnlichkeit) genau ein allgemeines (spitzwinkliges) Dreieck.

Beweisen Sie den Hauptsatz über das allgemeine Dreieck.

Merke: Das allgemeine Dreieck ist nur solange allgemein, wie es unauffällig gezeichnet wird!

Bemerkungen:

- Eine Freihandzeichnung des allgemeinen Dreiecks ist sehr riskant und sollte nur von erfahrenen und geübten Pädagogen live vor der Klasse zelebriert werden.

2. Das unauffällige Markieren der Eckpunkte auf der Tafel (z.B. mit kleinen Bohrlöchern) führt zu guten Erfolgen, solange dies von den Schülern nicht bemerkt wird. Ein beliebter Schülerscherz ist es jedoch, den Lehrer mit hinzugefügten Markierungen zu verunsichern und vor der Klasse bloß zu stellen. Das Anbringen der Markierungen könnte auch zu Irritationen bei ihren Kollegen führen, besonderes wenn Sie beim Gebrauch des Handbohrers inflagranti erwischt werden.
3. Hat die Tafel ein Karomuster, so ergibt sich eine gute Näherung des allgemeinen Dreiecks mit: $A = (0, 0)^t$, $B = (4, 7)^t$ und $C = (11, 0)^t$.