

7. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 04.12.2003, vor der Übung)

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die P enthält und die Steigung m hat.

- a)* $P(0|2)$, $m = -2$, b) $P(0|-1)$, $m = 3$, c) $P(3|2)$, $m = -1$,
d) $P(10|0)$, $m = 1$, e)* $P(-5|0)$, $m = 4$, f)* $P(-3|-4)$, $m = -5$.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie von der Geraden g , die die Punkte P und Q enthält, die Steigung und die Schnittpunkte mit den Achsen.

- a)* $P(0|2)$, $Q(4|2)$, b) $P(1|-2)$, $Q(-1|2)$,
c) $P(-4|-2)$, $Q(0|2)$, d)* $P(3|-4)$, $Q(-3|-1)$.

Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden aus a)* und d)* sowie den der Geraden aus b) und c).

Aufgabe 3: Nach MICHAELIS und MENTEN ist die von einem Enzym umgesetzte Substratmenge proportional zur Enzymmenge und zur Zeit. Lösen Sie in diesem Modell die folgende Aufgabe.

Eine Enzymeinheit setzt unter Standardbedingungen ein Mikromol Substrat in 70 Sekunden um. Wie viele Einheiten benötigt man, um 2,7 Millimol Substrat in 15 Minuten umzusetzen?

Aufgabe 4: Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich sowie die Nullstellen der folgenden rationalen Funktionen!

a)* $f(x) = \frac{x-1}{x^3+6x^2-3x-10}$, b) $g(x) = \frac{x+5}{x^2+x-6}$,

c) $h(x) = \frac{-x^2-6x-9}{x^4-13x^2+36}$.

Aufgabe 5: Gegeben seien die Funktionen f und g durch

$$f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 1}{-3x^2 - 1}, \quad g(x) = \frac{(3x - 2)(5x + 2)}{x^2 + 2} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

a) Berechnen Sie die Grenzwerte

i)* $a = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, ii) $b = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, iii) $c = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$, iv)* $d = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

b) Bestimmen Sie jeweils eine Zahl $R \geq 0$ so, dass

i)* $|f(x) - a| \leq 10^{-2}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x \geq R$ gilt,

ii) $|g(x) - d| \leq 10^{-2}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x \leq -R$ gilt.

Aufgabe 6: Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen den maximalen Definitionsbereich und berechnen Sie die Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches (auch $\pm\infty$).

a)* $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 5x + 6}$, b) $g(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 1}$, c) $h(x) = \frac{x + 3}{(2x + 1)}$.

Aufgabe 7: Zeigen Sie mit Hilfe der Definition, dass die folgenden Funktionen an der jeweils angegebenen Stelle x_0 stetig sind.

a) $f(x) = 3x^3 - 10x^2 + 5$, $x_0 = 2$, b)* $g(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{(x - 2)(x + 4)}$, $x_0 = 3$,

c) $h(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x-1}, & \text{falls } x \neq 1 \\ 5, & \text{falls } x = 1 \end{cases}$, $x_0 = -1$.