

9. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 18.12.2003, vor der Übung)

Aufgabe 1: Bestimmen Sie jeweils die Gleichung der Tangente an die Funktion f im Punkt P .

$$\text{a)* } f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 + 4}}, P(0/f(0)), \quad \text{b) } f(x) = \frac{x^2 + 9x + 20}{x^2 - 4x - 5}, P(1/f(1)),$$

$$\text{c)* } f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 9}, P(2/f(2)).$$

Aufgabe 2*: Die Funktion

$$h(t) = 2[m] + 9 \left[\frac{m}{s} \right] t - 4,9 \left[\frac{m}{s^2} \right] t^2$$

beschreibt die Höhe h eines Balles zum Zeitpunkt t in Metern, der aus einer Höhe von $2m$ mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $9 \frac{m}{s}$ senkrecht nach oben geworfen wird.

a) Wie groß ist die Momentangeschwindigkeit des Balles zum Zeitpunkt

$$\text{i) } t = \frac{1}{2} s, \quad \text{ii) } t = \frac{3}{2} s, \quad \text{iii) } t = t_0?$$

b) Zu welchem Zeitpunkt beträgt die Momentangeschwindigkeit $0 \frac{m}{s}$? In welcher Höhe befindet sich der Ball in diesem Moment?

c) Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit des Balls in der ersten Sekunde?

d) Wann trifft der Ball auf den Boden auf?

Aufgabe 3: Die Strecke x , die ein Fahrzeug zurücklegt, wenn es aus dem Ruhezustand mit $4 \frac{m}{s^2}$ beschleunigt, wird in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben durch

$$x(t) = 2 \left[\frac{m}{s^2} \right] t^2.$$

a) Wie schnell ist der Wagen nach $t = 10 s$?

b) Wie weit ist der Wagen in dieser Zeit gefahren?

c) Wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit im Zeitintervall von $t = 0 s$ bis $t = 10 s$?

d) Nach wie viel Sekunden erreicht der Wagen eine Geschwindigkeit von $30 \frac{km}{h}$?

Aufgabe 4: Untersuchen Sie die folgenden Funktionen hinsichtlich folgender Gesichtspunkte: i) Definitionsbereich, ii) Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches, iii) Nullstellen, iv) Monotoniebereiche, v) Extrema. Fertigen Sie anschließend eine Skizze an!

$$\text{a) } a(x) = \frac{3x^2 - 12}{1 - x^2}, \quad \text{b)* } b(x) = \frac{x^3 + 3x}{x^2 - x}, \quad \text{c) } c(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 2x - 3}.$$

Aufgabe 5: Es sei $t \in \mathbb{R}$ mit $t \neq 0$. Führen Sie für die folgenden Funktionenscharen das Programm aus Aufgabe 4 durch. Fertigen Sie jeweils eine Skizze für $t = -1$ und für $t = 1$ an.

$$\text{a)* } f_t(x) = \frac{4x}{(x - t)^2}, \quad \text{b) } g_t(x) = \frac{t}{x^2 + t}.$$