

9. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 16.12.2004, vor der Übung)

Hausaufgaben

Aufgabe 1: Berechnen Sie jeweils mit Hilfe der Grenzwert- Definition die Ableitung der folgenden Funktionen an jedem Punkt des Definitionsbereiches, sofern die Ableitung existiert.

a) $f(x) = -|x|$

b) $f(x) = x \cdot |x|$

Aufgabe 2: Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2^x$.

a) Berechnen Sie den Differenzenquotienten $\frac{f(h)-f(0)}{h}$ für kleine positive h und bestimmen Sie daraus einen Näherungswert für $f'(0)$.

b) Bestimmen Sie einen Näherungswert für $f'(x)$, x beliebig.

Aufgabe 3: Berechnen Sie jeweils die Ableitungsfunktion der folgenden Funktionen mit den bekannten Regeln.

a) $f(x) = (x^2 - 4x)^6$

b) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{x}}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{x-x^2}}{e^{-x}}$

d) $f(x) = (x \cdot e^x)^2$

Aufgabe 4: Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = (x^2 + 2x) \cdot e^x$.

a) Bestimmen Sie die ersten vier Ableitungen der Funktion f .

b) Vergleichen Sie f' , f'' und f''' . Was kann man über den ganzrationalen Faktor in der Ableitungsfunktion aussagen. Verallgemeinern Sie das Ergebnis.

c) Wie ändert sich das Ergebnis aus b), wenn man e^x durch e^{-x} oder allgemein durch e^{ax} mit $a \neq 0$ ersetzt?

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Die von einem Körper im freien Fall zurückgelegte Strecke wird durch die Weg- Zeit- Funktion s mit $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$ beschrieben, wobei $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ist.

- Bestimmen Sie die Momentangeschwindigkeit nach 5 Sekunden.
- Mit welcher Geschwindigkeit schlägt demnach ein Körper auf, der aus einer Höhe von 20 m zur Erde fällt?

Aufgabe 2: Berechnen Sie jeweils mit Hilfe der Grenzwert- Definition die Ableitung der folgenden Funktionen an jedem Punkt des Definitionsbereiches, sofern die Ableitung existiert.

a) $f(x) = x \cdot |x - 1|$

b) $f(x) = \sqrt{x - 2}$

Aufgabe 3: Berechnen Sie jeweils die Ableitungsfunktion der folgenden Funktionen mit den bekannten Regeln.

a) $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 2)^3}$

b) $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 + x^2}}$

c) $f(x) = \sqrt{x^2} \cdot e^{-\frac{x}{2}}$

d) $f(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}}}$